

Enseigner le CALCUL MENTAL

Animation pédagogique 2019 – 2020
29 janvier 2020



Circonscription Sens 1

Organisation des 9 heures de formation

Le calcul mental 3 h présentiel

S'entendre sur le vocabulaire

Identifier les enjeux du calcul mental

Concevoir l'enseignement du calcul mental

Appropriation des ressources Mise en œuvre dans les classes 3 h distanciel

S'approprier des ressources

Organiser et mettre en œuvre des séquences de calcul mental

Retours d'expériences Partage de pratiques 3 h présentiel

Partager des expériences lors des forums du mois de juin

Évaluer les acquis

Temps 1 : le calcul et ses différentes modalités

Temps 2 : l'exercice du calcul mental

Temps 3 : l'enseignement du calcul mental

Temps 4 : Présentation de jeux et manipulation

Temps 5 : conclusion et présentation des ressources pour le distanciel

La circulaire de rentrée 2019 - BO n°22 du 29 mai 2019

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=142385

Repères annuels de progression et attendus de fin d'année - BO n°22 du 29 mai 2019

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=141642

Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire - BO spécial n°3 du 26 avril 2018

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=128731

Le calcul aux cycles 2 et 3 - Ressource Eduscol

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/28/1/RA16_C2C3_MATH_math_calc_c2_c3_N.D_609281.pdf

Les programmes des cycles 2 et 3 - Texte consolidé à partir du programme au BOEN spécial n° 11 du 26

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/0/Cycle_2_programme_consolide_1038200.pdf

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/2/Cycle_3_programme_consolide_1038202.pdf

académie
Dijon



RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ



Vous avez dit calcul ?

Quand on parle de calcul, de quoi parle-t-on?

Ce que disent les programmes

- Mémoriser des faits numériques et des procédures élémentaires de calcul.
Addition, soustraction, multiplication, division
- Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.
- Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.
- Propriétés des opérations : $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$.
- Faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs.
- Multiples et diviseurs des nombres d'usage courant.
- Critères de divisibilité (2, 3, 4, 5, 9, 10).

Ce que disent les programmes

Calcul mental

Calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur.

Calcul en ligne

Utiliser des parenthèses dans des situations très simples.

Calcul posé

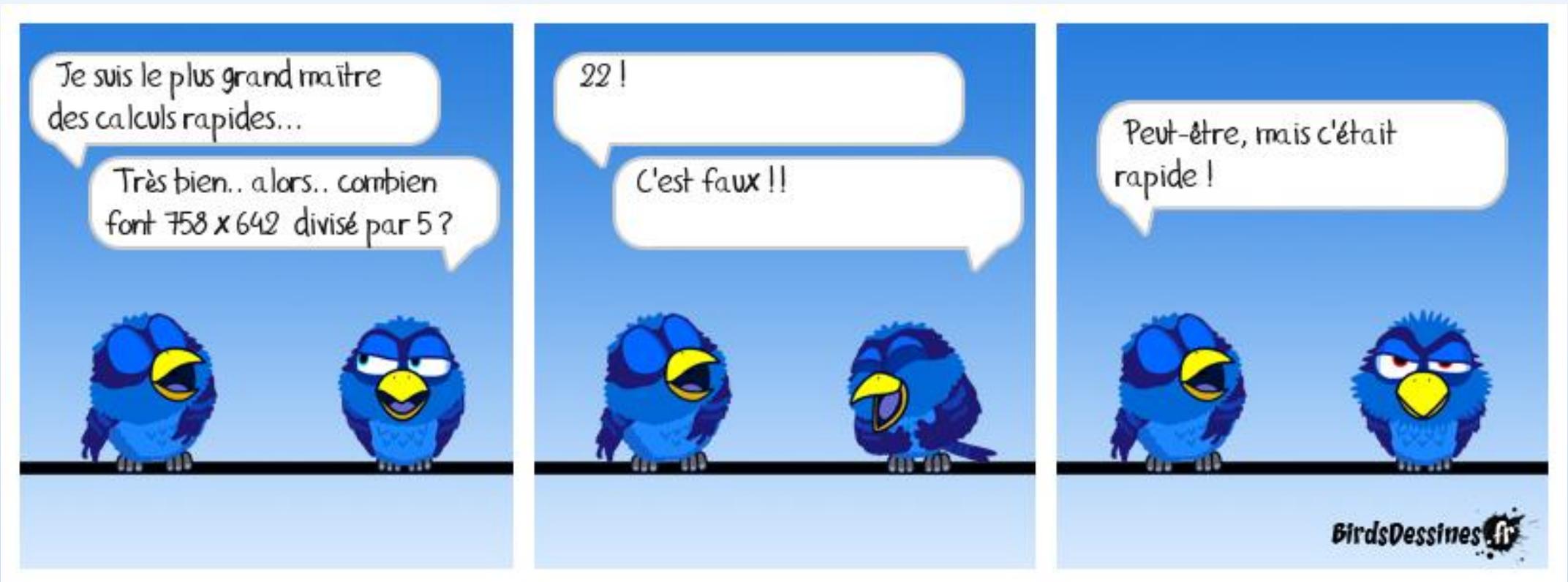
Mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication, la division.

Calcul instrumenté

Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.
Fonctions de base d'une calculatrice.

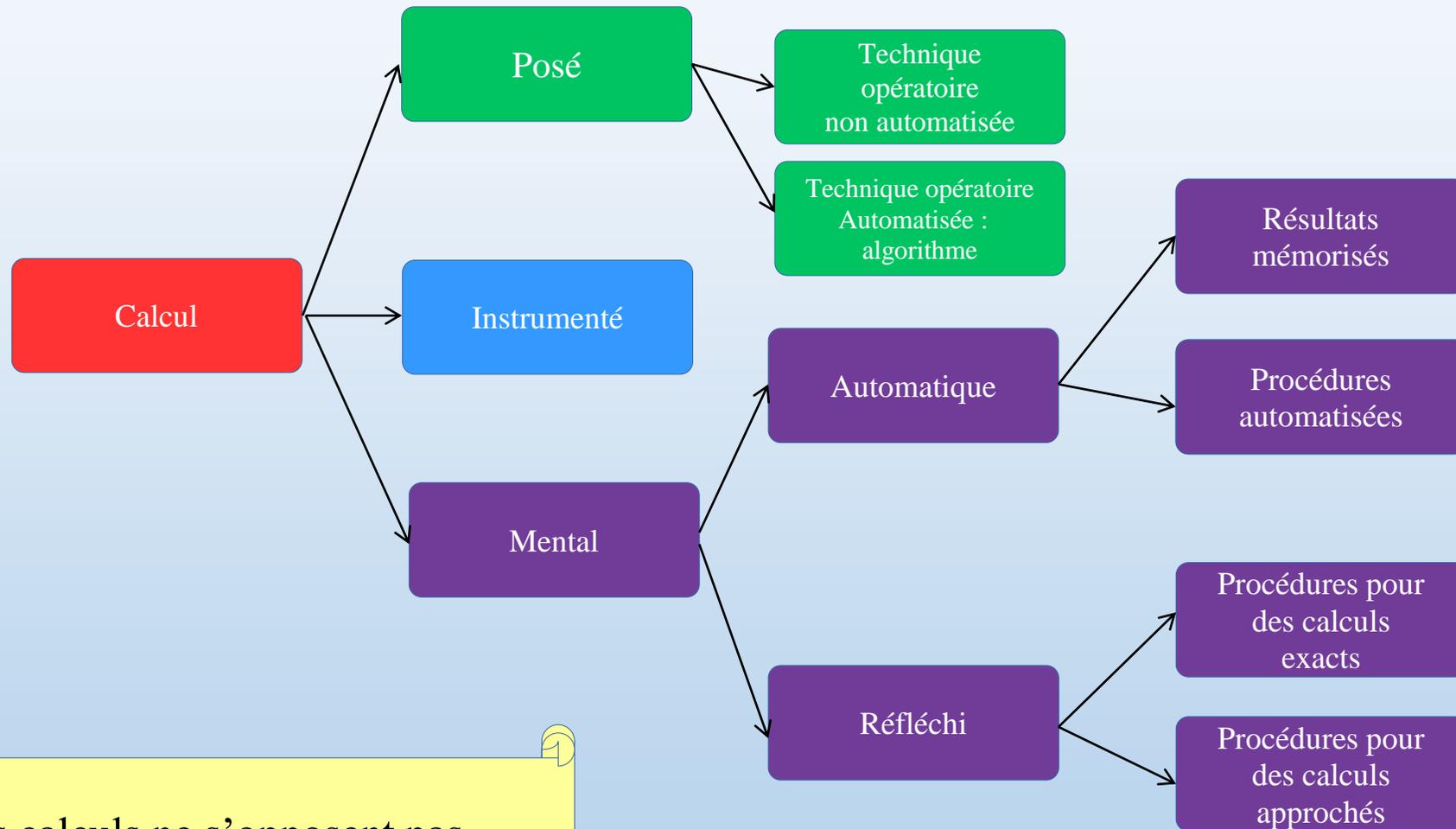
Et le calcul rapide?

Une modalité de travail plutôt qu'une forme de calcul



Le calcul rapide = critère de performance de restitution des résultats mémorisés et procédures automatisées

Vous avez dit CALCUL ?



Ces calculs ne s'opposent pas,
ils se complètent.

Calcul mental, en ligne, posé ou instrumenté ?

- Différents modes de calcul, à construire en interaction.
- Chacun fait l'objet d'un entraînement spécifique.

Le choix par l'élève d'une procédure adaptée :

- se fera en fonction du répertoire de procédures enseignées
- et sera évolutif en fonction de ses connaissances, de ses progrès.

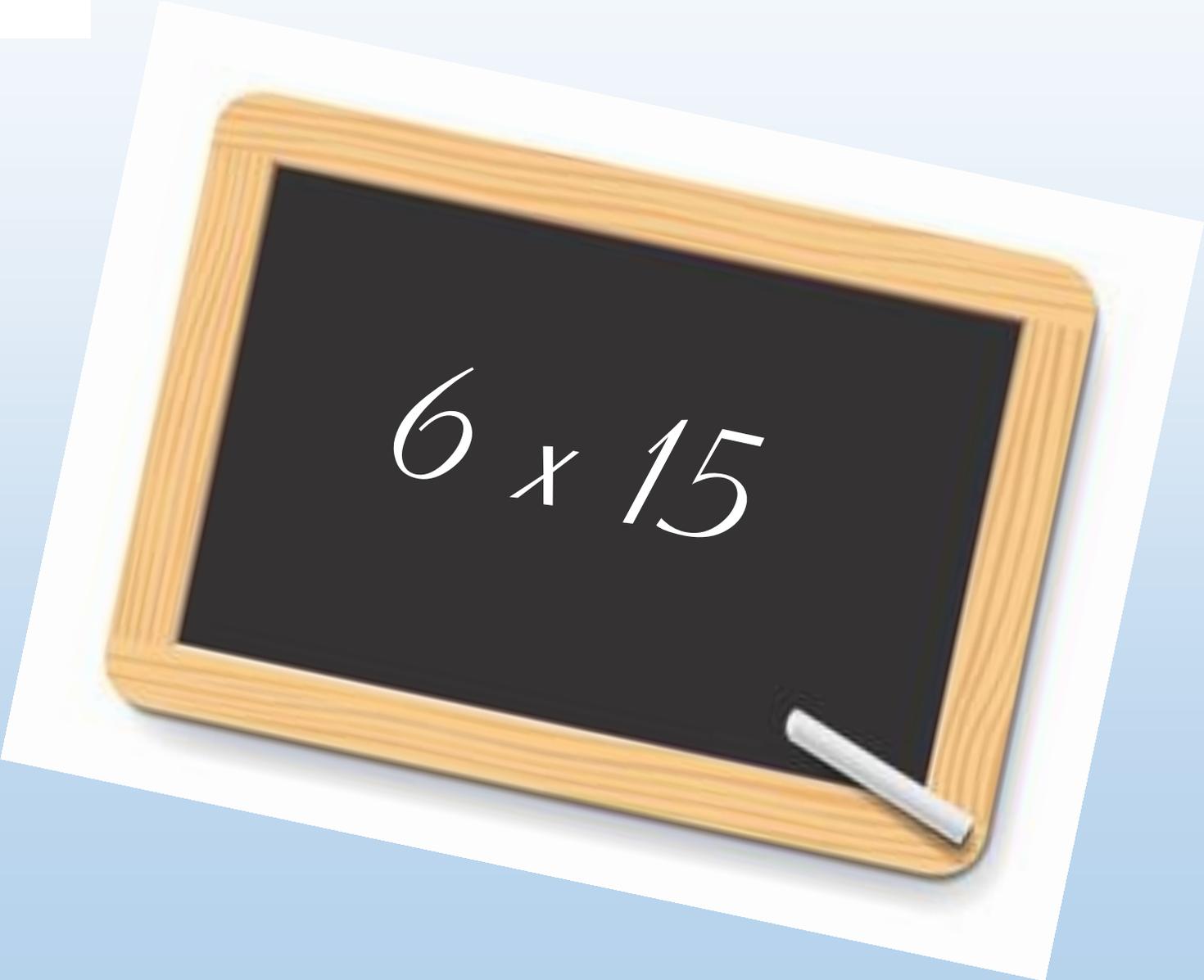
académie
Dijon



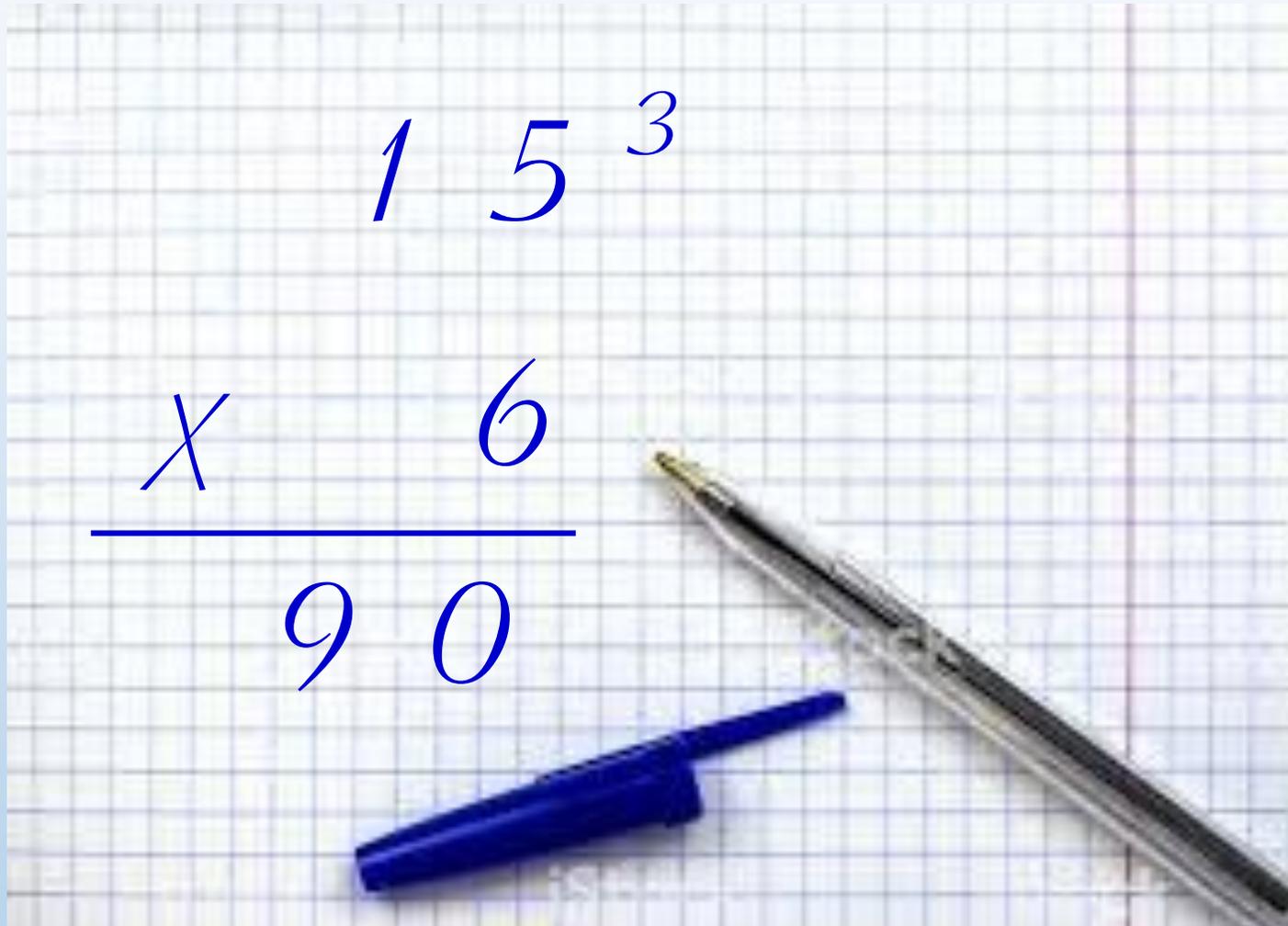
RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ



Vivons les définitions en situation


$$6 \times 15$$

Le calcul posé



Calcul posé : usage d'une technique opératoire.

Le calcul en ligne : réfléchi et mental

$$\begin{aligned}6 \times 15 &= (6 \times 10) + (6 \times 5) \\ &= 60 + 30 \\ &= 90\end{aligned}$$



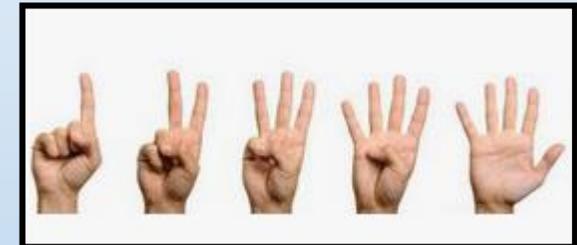
$$\begin{aligned}6 \times 15 &= (6 \times 30) : 2 \\ &= 180 : 2 \\ &= 90\end{aligned}$$

Calcul en ligne : suppose une part de calcul réfléchi et une part de calcul mental.

Le calcul instrumenté



ID	ITEM No.	QUANT	COST
SP7875	Item 1	7345	264.00
TM87880	Item 2	7345	265.00
MM278554	Item 3	75789	492.00
YD38767	Item 4	70870	268.00
KN24423	Item 5	7096	1.436.00
FW98762	Item 6	7345	2.365.00
DM87854	Item 7	7348	214.00
SM76955	Item 8	75789	492.00
WT86768	Item 9	76875	2.324.00
TS-3456	Item 10	7349	115.00
WOG123	Item 11	7349	223.00

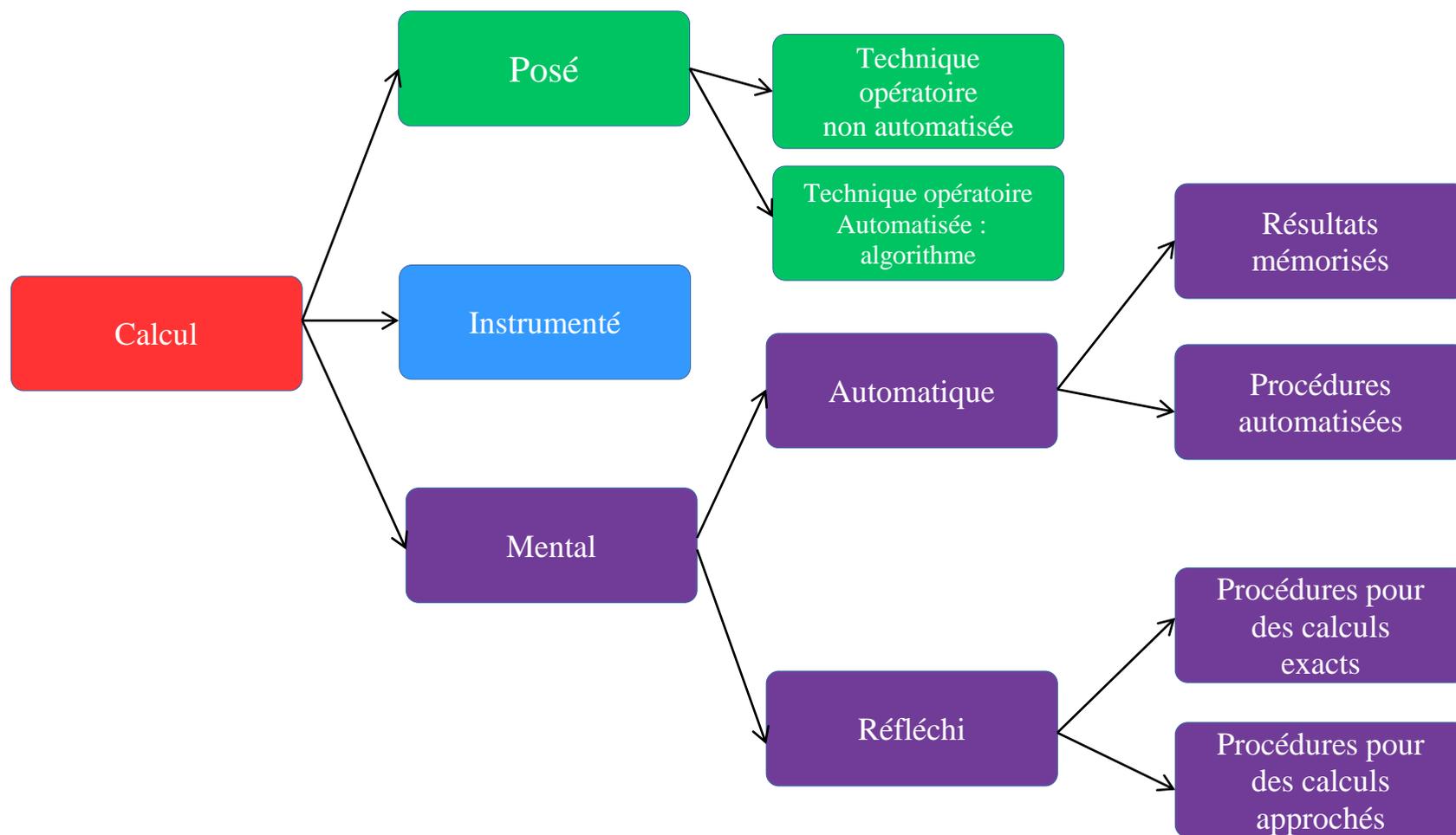


Calcul instrumenté : calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels : abaque, boulier, calculatrice, tableur...

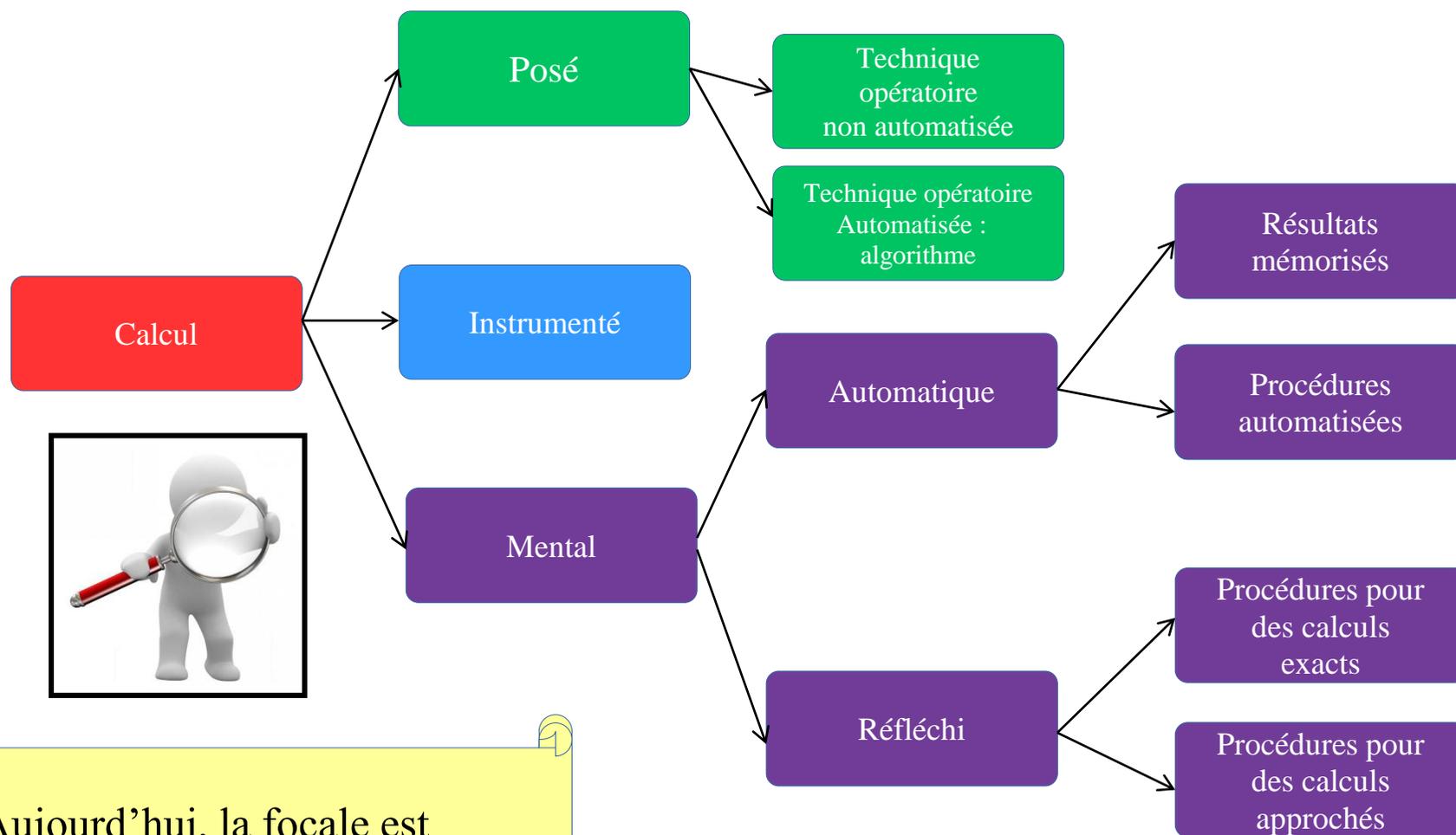
Les différents calculs

	réfléchi	automatisé
Calcul écrit	Procédures construites ou reconstruites pour des calculs exacts ou approchés.	Techniques opératoires : calcul posé
Calcul de tête		Restitution immédiate de résultats mémorisés. Mobilisation de procédures automatisées
Calcul instrumenté		Utilisation usuelle d'instruments de calcul

Vous avez dit CALCUL ?



Vous avez dit CALCUL ?



Aujourd'hui, la focale est positionnée sur le calcul mental.

Le calcul mental dans nos classes

POURQUOI ?

QUAND ?

COMMENT ?

Quelle(s)

difficulté(s) ?

Pourquoi le calcul mental : une fonction sociale

Dans la vie quotidienne

Rendre la monnaie (complément à...)



Vérifier un ticket de caisse (calcul approché)



Les proportions dans une recette (proportionnalité)



Calcul du prix après réduction (pourcentages)



Mais aussi trouver la quantité de matériaux (surfaces, longueurs),
estimer une durée de trajet....

Dans la classe

Structuration arithmétique des nombres

Relation additives et multiplicatives
doubles –moitiés -décomposition

Enraciner le sens des opérations

Compréhension des liens entre les opérations
Savoir que $26+14 = 40$ amène au résultat de $40-26$ ou $40-14$

Aide à la résolution de problèmes

Ramener le problème à un champ numérique familier
Essayer avec des nombres plus petits -intuition

Première compréhension des propriétés des opérations

Commutativité -associativité -distributivité
 $8 \times 7 = (8 \times 5) + (8 \times 2)$

Pas de calcul posé sans calcul mental

La disponibilité des tables
= accès facilités aux techniques opératoires

Pourquoi le calcul mental : une fonction scolaire

Dans la classe

3 compétences à développer pour améliorer les capacités des élèves.

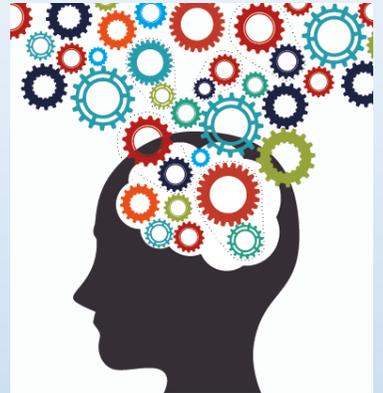
- Mémoriser des résultats
- Développer une habileté à décomposer les nombres
- Connaître et utiliser les propriétés des opérations

Pourquoi le calcul mental ?

Calcul et résolution de problèmes

De bonnes capacités en calcul mental permettent de :

- Libérer de l'espace dans la mémoire de travail
- Accroître les capacités d'initiative



- Développer des habiletés et des méthodes.
- Développer l'esprit critique.

- Accroître le plaisir de jouer avec les nombres,
leurs propriétés et leurs relations !

Pourquoi le calcul mental ?

Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances et des nombres en jeu.

Programmes 2018



Pour cela, il est **indispensable** que les élèves puissent s'appuyer sur **suffisamment**

- de faits numériques mémorisés
- et sur des procédures automatisées de calcul élémentaires.

MÉMORISER LES FAITS NUMÉRIQUES au cycle 2

- Les doubles et moitiés
- Les décompositions (10 et par le 5)
- Compter de 10
- Les relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 75, 100,
- Les relations entre 15, 30, 45 et 60.
- Les résultats des tables d'addition et de multiplication

MÉMORISER LES FAITS NUMÉRIQUES au cycle 3

- Faits du cycle 2
- Tables de multiplication, tables de division(illustrations)
- Compter de 100 en 100
- Compter de 0,5 en 0,5...; compter de $\frac{1}{4}$ en $\frac{1}{4}$
- Triple , quart
- Compléments à la dizaine et centaine supérieure

MÉMORISER DES PROCÉDURES

- Les presque doubles $8 + 7$
- Ajouter / Retrancher 9, 11
- Multiplier par 11
- L'ordre de grandeur
- Le nombre de chiffres du quotient
- Convertir un nombre de dizaines en unités

Le calcul mental :

apprentissage et mémorisation d'automatismes ?

Pas seulement !

Automatisé ? Jusqu'où ?

Notre aisance calculatoire est fortement corrélée à des connaissances d'automatismes riches.



Automatisé ? Jusqu'où ?

Il est intéressant pour chacun d'entre nous de situer approximativement sa propre limite entre calcul automatisé et calcul réfléchi. Voici, pour chacune des quatre opérations, une liste de 6 calculs :

+	-	x	:
$4 + 1$	$6 - 1$	5×2	$10 : 2$
$6 + 4$	$19 - 7$	7×8	$100 : 4$
$32 + 18$	$100 - 40$	15×10	$63 : 7$
$250 + 650$	$37 - 22$	6×15	$17200 : 100$
$127 + 90$	$260 - 115$	6×17	$95 : 5$
$774 + 389$	$774 - 389$	39×102	$972 : 27$

Automatisé ? Jusqu'où ?

Quelle ligne de partage automatisée-réfléchi pour un élève de l'école primaire ?

Voici une liste d'opérations incluant les quatre opérations avec la ligne de partage attendue entre le calcul mental automatisé et le calcul mental réfléchi en fin de CE1 et en fin de CM2.

Ces limites sont définies à la lecture des programmes de mathématiques du primaire. Elles ne sont pas absolues, un élève à l'aise dépassera ces limites alors qu'un autre en difficulté, sera en retard dans une ou plusieurs opérations. Ce sont des performances moyennes.

+	-	x	:
7 + 3	10 - 4	2 x 9	La moitié de 10
15 + 5	20 - 5	4 x 5	20 : 5
25 + 10	100 - 20	7 x 8	42 : 6
127 + 100	50 - 16	37 x 100	1700 : 100
32 + 18	930 - 240	6 x 15	80 : 5
143 + 78	143 - 78	45 x 30	225 : 15

Le calcul mental c'est :

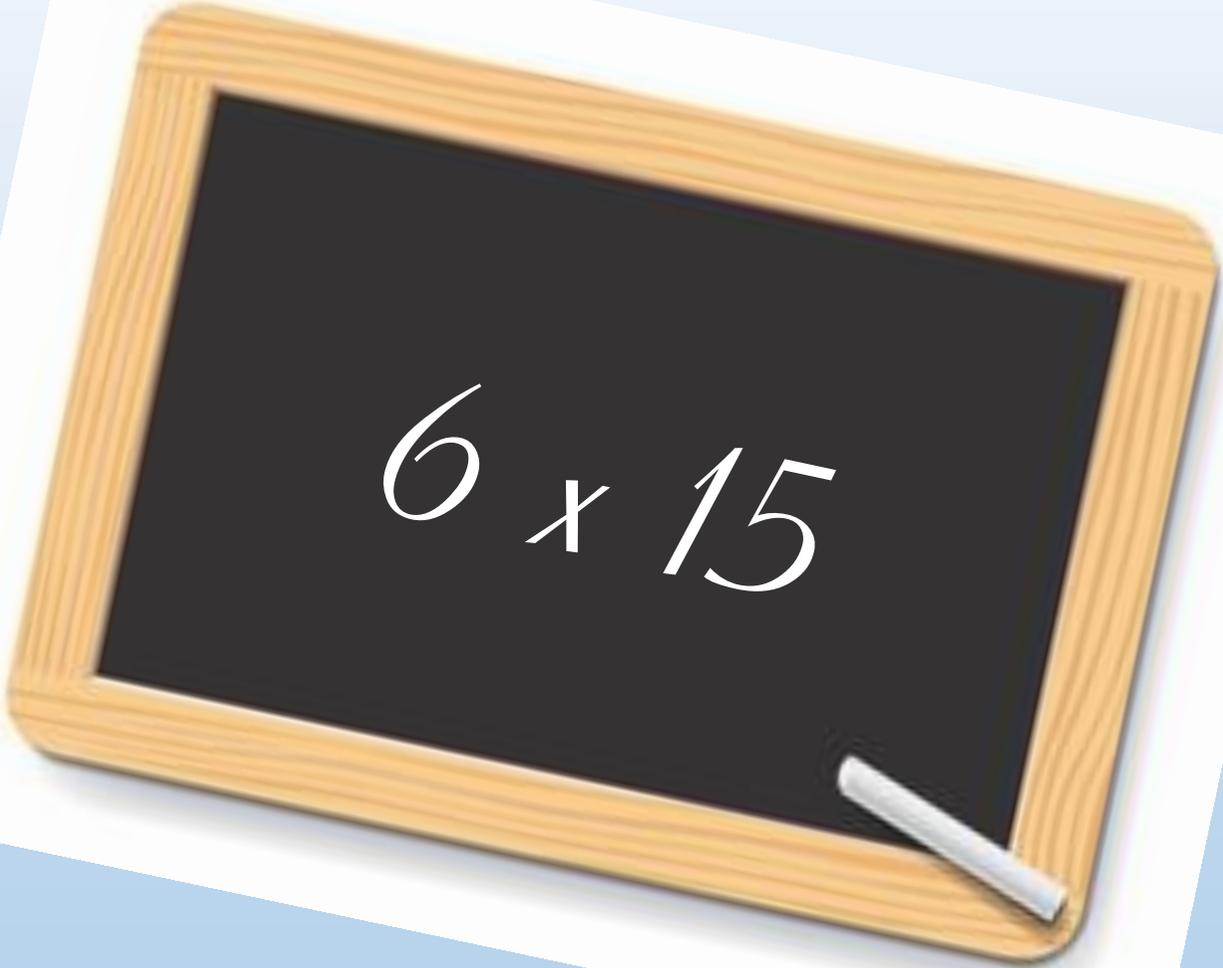
Non seulement

**L'apprentissage et la mémorisation
d'automatismes**

Mais aussi

**La construction et l'apprentissage de
procédures**

Trouver toutes les procédures possibles pour calculer


$$6 \times 15$$

Situation proposée par
Eric Trouillot

Comment effectuer mentalement 6×15 pour un élève ?

En fin de primaire, quelques élèves peuvent avoir automatisés 6×15 . Pour la plupart des élèves, 6×15 est un calcul qui nécessite la recherche d'un chemin pour trouver le résultat. Quelques exemples de ces chemins accompagnés de commentaires :

$$15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15$$

→ C'est le retour à la définition de la multiplication.

$$6+6+6+6+6+6+6+6+6+6+6+6+6+6+6$$

→ C'est un retour à la définition avec application de la commutativité.

$$(2 \times 15) + (2 \times 15) + (2 \times 15) \text{ soit } 3 \times (2 \times 15)$$

→ Cette stratégie est applicable pour celui qui a automatisé que $2 \times 15 = 30$. Elle utilise la décomposition de 6 en trois paquets de 2.

$$(3 \times 15) + (3 \times 15) \text{ soit } 2 \times (3 \times 15)$$

→ Cette stratégie est applicable pour celui qui a automatisé que $3 \times 15 = 45$. Elle utilise la décomposition de 6 en deux paquets de 3.

Le calcul mental : une dynamique positive

$$(6 \times 10) + (6 \times 5)$$

→ Cette stratégie est basée sur l'idée que 6 paquets de 15, c'est la même chose que 6 paquets de 10 et 6 paquets de 5.

→ Mathématiquement, il s'agit de la **distributivité de la multiplication** par rapport à l'addition.

$$(6 \times 10) + (6 \times 10) : 2$$

→ Cette stratégie est très proche de la précédente avec une astuce mentale supplémentaire qui consiste, pour multiplier par 5, à multiplier par 10 puis à diviser par 2.

$$6 \times 5 \times 3 \text{ soit } 30 \times 3$$

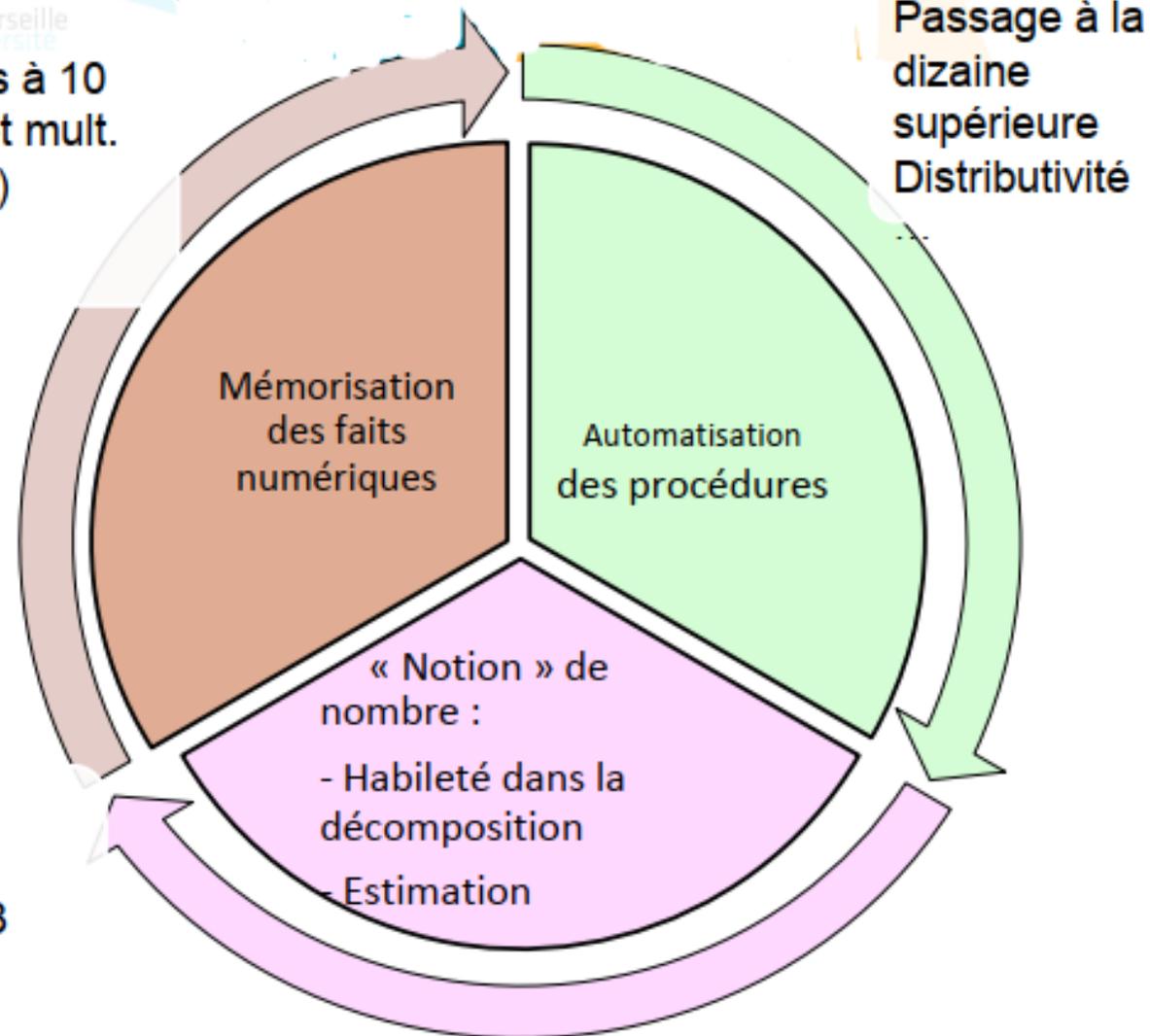
→ Cette stratégie utilise la **décomposition multiplicative** d'un des facteurs, ici $15 = 5 \times 3$. Lorsqu'elle est possible, cette technique mentale est très efficace.

L'intérêt pédagogique réside d'une part dans la pluralité des chemins et dans la verbalisation des procédures.

Le calcul mental : une dynamique positive

Doubles
Compléments à 10
Tables add. et mult.
25 (x2, 3 et 4)
50 (x2)

12 = 10 + 2
12 = 2 x 6
12 = 2 x 2 x 3
9 = 10 - 1
25 = 100 / 4
...



Etre expert,
c'est CHOISIR une procédure personnelle !

- C'est être capable de choisir parmi **les procédures apprises**
- Celle qui est la plus adaptée aux singularités, à la « personnalité » des nombres en présence.
 - Celle qui est la plus adaptée aux performances acquises à un moment de sa scolarité.

...c'est une initiative, un choix !

Le calcul mental : une dynamique positive

La construction de « procédures personnelles » est la combinaison, la résultante :

- de procédures apprises (des automatismes)
- d'une mémoire réactive des faits numériques (connaissances disponibles)
- d'une habileté à utiliser une décomposition pertinente des nombres
- de la capacité à s'adapter aux nombres en présence (l'initiative)
- d'une bonne estimation des grandeurs

académie
Dijon



RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ



Le calcul mental = une dynamique positive

Un objet
d'apprentissage



Un outil
d'apprentissage

Les conditions de la mémorisation

- Avoir une bonne représentation des nombres
- Compréhension des opérations en jeu

Prise de conscience de l'intérêt de disposer d'un répertoire de résultats/procédures qui se construit au fur et à mesure.

Importance de la trace écrite

Entraînement régulier

« On mémorise mieux ce qu'on a compris que ce qu'on n'a pas compris. »

Roland Charnay, professeur de mathématiques

Un exemple : l'apprentissage des tables

X	2	3	4	5	6	7	8	9
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								

Doubles

Carrés

Il reste 42 résultats à mémoriser

Connaître des
résultats
particuliers

Un exemple : l'apprentissage des tables

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1									
2	2	4								
3	3	6	9							
4	4	8	12	16						
5	5	10	15	20	25					
6	6	12	18	24	30	36				
7	7	14	21	28	35	42	49			
8	8	16	24	32	40	48	56	64		
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Connaître la commutativité, c'est 50% de résultats en moins à mémoriser !

Les tables : exemple d'outil pour l'élève

X	2	3	4	5	6	7	8	9
2								
3								
4								
5								
6						42	48	
7					42		56	
8					48	56		72
9							72	

Dans un tableau sous pochette plastique, l'élève efface les résultats mémorisés et ne conserve que les résultats non mémorisés.

Interroger sur les tables : à l'oral (pas de support écrit).

« 6×7 » « 7×6 »

« Quel est le produit de 6 par 7 ? »

« Dans 42 combien de fois 6 »

« 42 divisé par 7 » « Quel est le quotient de 42 par 6 ? »

Une situation contextualisée avec des nombres concrets :

« Elliot doit courir 4200 m. Chaque tour de terrain mesure 700m.

Combien de tours doit-il effectuer ? »

Interroger sur les tables : à l'écrit (pas de lecture de l'enseignant).

$$6 \times 7 = ? \quad 7 \times 6 = ?$$

$$? \times 6 = 42 \quad 7 \times ? = 42$$

$$42 : 6 = ? \quad 42 : 7 = ?$$

$$? \times ? = 42$$

$$\text{QCM : } 6 \times 7 = 56 \quad ? \quad 13 \quad ? \quad 42 \quad ?$$

$$\text{Vrai / Faux : } 6 \times 7 = 49 \quad (\text{V}) \quad (\text{F})$$

Suite croissante et décroissante de 6 en 6

Des pratiques à privilégier

- Séquences d'apprentissage inscrites dans une progression de cycles.
- Construction – compréhension
- Travail de mémorisation en classe
- Progressivité des tables sur les cycles 2 et 3.
- Evaluation spécifique
- Questionnements autre que $a \times b = ?$; $Ex = a \times ? = c$
- Remobilisation, réactivation

Des séances courtes et quotidiennes ayant trois objectifs :

- ▶ entraîner au calcul (mémorisation, automatisation)
- ▶ accroître les performances
- ▶ vérifier les automatismes

Des séances plus longues visant à construire et à enrichir l'espace des procédures

- ▶ expliciter les procédures
- ▶ comparer les procédures
- ▶ institutionnaliser de manière « souple »

Jouer pour progresser en calcul mental : jouons ensemble



31

Trio



Mathador Flash



Mathador chrono



Tangram multiplicatif



Dobble

- Avoir un **enseignement structuré du calcul mental** : séances avec un objectif clairement identifié qui s'inscrivent dans des séquences
- Utiliser la **diversité des modalités de travail** en fonction de l'objectif visé
- **Expliciter la procédure devant être acquise** : institutionnalisation , trace écrite
- Conduite des moments de **correction** : choix à effectuer
- **Évaluer ce qui est enseigné** : valorisation des progrès
- Renforcer le travail de **mémorisation des tables**
- Développer la pratique du **calcul en ligne**

1. Des apports théoriques
2. Des ressources pour enseigner
3. Des jeux et activités

<http://circo89-sens1.ac-dijon.fr/?-Animations-pedagogiques->

[2019-2020](http://circo89-sens1.ac-dijon.fr/?-Animations-pedagogiques-)

Des liens utiles pour les pratiques de classe

Mathador Chrono : <https://www.mathador.fr/chrono.html>

Solveur compte est bon applicable à Mathador : <https://www.dcode.fr/compte-est-bon>

APMEP : <https://www.apmep.fr/>

TRIO en ligne IREM de Poitiers : <http://ww2.ac-poitiers.fr/math/spip.php?article1024>

Merci de votre attention

J'aime les

