

La place de la numération dans les programmes de 2015

Volet 1 : Les spécificités du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)

Au cycle 2, le sens et l'automatisation se construisent simultanément. La compréhension est indispensable à l'élaboration de savoirs solides que les élèves pourront réinvestir et l'automatisation de certains savoir-faire est le moyen de libérer des ressources cognitives pour qu'ils puissent accéder à des opérations plus élaborées et à la compréhension. Tous les enseignements sont concernés. En mathématiques par exemple, comprendre les différentes opérations est indispensable à l'élaboration de ces savoirs que les élèves réinvestissent. En parallèle, des connaissances immédiatement disponibles (comme les résultats des tables de multiplication) améliorent considérablement les capacités de « calcul intelligent », où les élèves comprennent ce qu'ils font et pourquoi ils le font. En questionnement du monde, la construction des repères temporels répond à la même logique : leur compréhension liée à un apprentissage explicite permet progressivement de les utiliser spontanément.

Au cycle 2, on ne cesse d'articuler le concret et l'abstrait. Observer et agir sur le réel, manipuler, expérimenter, toutes ces activités mènent à la représentation, qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations) ou symbolique, abstraite (nombres, concepts). Le lien entre familiarisation pratique et élaboration conceptuelle est toujours à construire et reconstruire, dans les deux sens.

Volet 2 : Contributions essentielles des différents enseignements au socle commun

Domaine 1

Les langages pour penser et communiquer

Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques

Les mathématiques participent à l'acquisition des langages scientifiques : compréhension du système de numération, pratique du calcul, connaissance des grandeurs. Les représentations symboliques transcrivent l'observation, l'exploration et le questionnement des objets et de la réalité du monde.

Dans l'enseignement « Questionner le monde », les activités de manipulation, de mesures, de calcul, à partir d'expériences simples utilisent pleinement les langages scientifiques. La familiarisation avec un lexique approprié et précis, permet la lecture, l'exploitation et la communication de résultats à partir de représentations variées d'objets, de phénomènes et d'expériences simples (tableaux, graphiques simples, cartes, schémas, frises chronologiques...).

L'éducation physique et sportive permet de mettre en relation l'espace vécu et l'espace représenté : dans les activités d'orientation en lien avec la géométrie (repérage dans l'espace, sur un quadrillage, déplacements) ; dans les activités d'athlétisme où sont convoqués les grandeurs et les mesures, et des calculs divers sur les longueurs, les durées, ou dans les jeux collectifs (calculs de résultats, scores) etc.

Volet 3 : les enseignements - Mathématiques

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde ». Ils ont le plus souvent possible un caractère ludique. On veillera à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.

La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes qui évoluent progressivement avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles. Il est tout aussi essentiel qu'une activité langagière orale reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés accompagne le recours à l'écrit et soit favorisée dans les échanges d'arguments entre élèves. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations d'action, en relation avec le vocabulaire utilisé.

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers, déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).

Les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division) sont étudiées à partir de problèmes qui contribuent à leur donner du sens, en particulier des problèmes portant sur des grandeurs ou sur leurs mesures. La pratique quotidienne du calcul mental conforte la maîtrise des nombres et des opérations.

En lien avec le travail mené dans « Questionner le monde » les élèves rencontrent des grandeurs qu'ils apprennent à mesurer, ils construisent des connaissances de l'espace essentielles et abordent l'étude de quelques relations géométriques et de quelques objets (solides et figures planes) en étant confrontés à des problèmes dans lesquels ces connaissances sont en jeu.

Compétences travaillées	Domaines du socle
Chercher <ul style="list-style-type: none"> S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome. Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur. 	2, 4
Modéliser <ul style="list-style-type: none"> Utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures. Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements. Reconnaître des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement. 	1, 2, 4
Représenter <ul style="list-style-type: none"> Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.). Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs. Utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales. 	1, 5
Raisonner <ul style="list-style-type: none"> Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure. Raisonner sur des figures pour les reproduire avec des instruments. Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement. Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme. 	2, 3, 4
Calculer <ul style="list-style-type: none"> Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu. Contrôler la vraisemblance de ses résultats. 	4
Communiquer <ul style="list-style-type: none"> Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements. 	1, 3

Nombres et calculs

La connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes.

Des résolutions de problèmes contextualisés : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.). Ces actions portent sur des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ; le travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division).

L'étude de relations internes aux nombres : comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, comparer, ranger, itérer une suite (+1, +10, +n), etc.

L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites : nom du nombre ; écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position) ; *double de*, *moitié de*, *somme de*, *produit de* ; *différence de*, *quotient* et *reste de* ; écritures en ligne additives/soustractives, multiplicatives, mixtes, en unités de numération, etc.

L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc.

Une bonne connaissance des nombres inférieurs à mille et de leurs relations est le fondement de la compréhension des nombres entiers et ce champ numérique est privilégié pour la construction de stratégies de calcul et la résolution des premiers problèmes arithmétiques.

Attendus de fin de cycle	
<ul style="list-style-type: none"> - Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer. - Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers. - Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul. - Calculer avec des nombres entiers. 	
Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer	
<p>Dénombrer, constituer et comparer des collections. Utiliser diverses stratégies de dénombrement.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Procédures de dénombrement (décompositions/recompositions additives ou multiplicatives, utilisations d'unités intermédiaires : dizaines, centaines, en relation ou non avec des groupements). <p>Repérer un rang ou une position dans une file ou sur une piste. Faire le lien entre le rang dans une liste et le nombre d'éléments qui le précèdent.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Relation entre ordinaux et cardinaux. <p>Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres entiers, en utilisant les symboles =, ≠, <, >.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Egalité traduisant l'équivalence de deux désignations du même nombre. ➤ Ordre. ➤ Sens des symboles =, ≠, <, >. 	<p>Dénombrer des collections en les organisant et désigner leur nombre d'éléments (écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle). Une importance particulière est accordée aux regroupements par dizaines, centaines, milliers. Les comparaisons peuvent porter sur des écritures usuelles ou non : par exemple comparer $8+5+4$ et $8+3+2+4$ en utilisant que $5=3+2$ et en déduire que les deux nombres sont égaux.</p>
Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers	
<p>Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dés, doigts de la main...).</p> <p>Passer d'une représentation à une autre, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées. Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres). ➤ Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position). ➤ Noms des nombres. 	<p>Les connaissances de la numération orale sont approfondies par un travail spécifique à partir des « mots-nombres ». Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56). Itérer une suite de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100.</p>
<p>Associer un nombre entier à une position sur une demi-droite graduée, ainsi qu'à la distance de ce point à l'origine. Associer un nombre ou un encadrement à une grandeur en mesurant celle-ci à l'aide d'une unité.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ La demi-droite graduée comme mode de représentation des nombres grâce au lien entre nombres et longueurs. ➤ Lien entre nombre et mesure de grandeurs une unité étant choisie. 	<p>Graduer une droite munie d'un point origine à l'aide d'une unité de longueur.</p> <p>Faire le lien entre unités de numération et unités du système métrique étudiées au cycle 2.</p>
Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul	
<p>Résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne ou adaptés de jeux portant sur des grandeurs et leur mesure, des déplacements sur une demi-droite graduée..., conduisant à utiliser les quatre opérations.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Sens des opérations. ➤ Problèmes relevant des structures additives (addition/soustraction). ➤ Problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division). <p>Modéliser ces problèmes à l'aide d'écritures mathématiques.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Sens des symboles +, -, ×, : 	<p>Étudier les liens, entre :</p> <ul style="list-style-type: none"> - addition et soustraction - multiplication et division. <p>Distinguer les problèmes relevant des structures additives des problèmes relevant de structures multiplicatives.</p>
Organisation et gestion de données	<p>Ce travail est mené en lien avec « Grandeurs et mesures » et « Questionner le monde ».</p>
<p>Exploiter des données numériques pour répondre à des questions. Présenter et organiser des mesures sous forme de tableaux.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Modes de représentation de données numériques : tableaux, graphiques simples, etc. 	

Calculer avec des nombres entiers

<p>Mémoriser des faits numériques et des procédures.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Tables de l'addition et de la multiplication. ➤ Décompositions additives et multiplicatives de 10 et de 100, compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure, multiplication par une puissance de 10, doubles et moitiés de nombres d'usage courant, etc. 	<p>Répondre aux questions : $7 \times 4 = ?$; $28 = 7 \times ?$; $28 = 4 \times ?$, etc. Utiliser ses connaissances sur la numération : « 24×10, c'est 24 dizaines, c'est 240 ».</p>
<p>Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit. Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Addition, soustraction, multiplication, division. ➤ Propriétés implicites des opérations : $2+9$, c'est pareil que $9+2$, $3 \times 5 \times 2$, c'est pareil que 3×10. ➤ Propriétés de la numération : « $50+80$, c'est 5 dizaines + 8 dizaines, c'est 13 dizaines, c'est 130 » « 4×60, c'est 4×6 dizaines, c'est 24 dizaines, c'est 240 ». 	<p>Traiter des calculs relevant des quatre opérations, expliciter les procédures utilisées et comparer leur efficacité. Pour calculer, estimer ou vérifier un résultat, utiliser divers supports ou instruments : les doigts ou le corps, bouliers ou abaqués, ficelle à nœuds, cailloux ou jetons, monnaie fictive, double règle graduée, calculatrice, etc.</p>
<p><u>Calcul mental</u> : calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur.</p>	<p>Calculer mentalement</p> <ul style="list-style-type: none"> - sur les nombres 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 en lien avec la monnaie - sur les nombres 15, 30, 45, 60, 90 en lien avec les durées. <p>Résoudre mentalement des problèmes arithmétiques, à données numériques simples Utiliser les propriétés des opérations, y compris <i>celles du type</i> $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$.</p>
<p><u>Calcul en ligne</u> : calculer en utilisant des écritures en ligne additives, soustractives, multiplicatives, mixtes.</p>	<p>Exemples de stratégies de calcul en ligne :</p> <p>$5 \times 36 = 5 \times 2 \times 18 = 10 \times 18 = 180$ $5 \times 36 = 150 + 30 = 180$ $5 \times 36u = 15d + 30u = 15d + 3d = 180u$</p> <p>Utiliser des écritures en ligne du type $21 = 4 \times 5 + 1$ pour trouver le quotient et le reste de la division de 21 par 4 (ou par 5).</p>
<p><u>Calcul posé</u> : mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication.</p>	<p>L'apprentissage des techniques opératoires posées (addition, soustraction, multiplication) se fait en lien avec la numération et les propriétés des opérations.</p>

Repères de progressivité

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

Au **CP**, l'étude systématique des relations numériques entre des nombres inférieurs à 10, puis à 20 (décomposition/recomposition), est approfondie durant toute l'année. Parallèlement, l'étude de la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100 et celle de la désignation orale, permet aux élèves de dénombrer et constituer des collections de plus en plus importantes (la complexité de la numération orale en France doit être prise en compte pour les nombres supérieurs à 69). Au **CE1**, un temps conséquent est consacré à la reprise de l'étude des nombres jusqu'à 100, notamment pour leur désignation orale et pour les stratégies de calcul mental ou écrit. Parallèlement, l'étude de la numération décimale écrite (centaine, dizaines, unités simples) est étendue par paliers, jusqu'à 200, puis 600 et éventuellement 1000, puis au **CE2**, jusqu'à 10 000 (l'absence de mot spécifique pour désigner le groupement suivant correspondant à 10 000 justifie ce palier).

Au **CP**, les élèves commencent à résoudre des problèmes additifs et soustractifs auxquels s'ajoutent des problèmes multiplicatifs dans la suite du cycle. L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. Elle est ensuite préparée par la résolution de deux types de problèmes : ceux où l'on cherche combien de fois une grandeur contient une autre grandeur et ceux où l'on partage une grandeur en un nombre donné de grandeurs. Au **CE2**, les élèves sont amenés à résoudre des problèmes plus complexes, éventuellement à deux étapes, nécessitant par exemple l'exploration d'un tableau ou d'un graphique, ou l'élaboration d'une stratégie de résolution originale.

Le réinvestissement dans de nombreux problèmes arithmétiques élémentaires permet ensuite aux élèves d'accéder à différentes compréhensions de chaque opération.

En ce qui concerne le calcul, les élèves établissent puis doivent progressivement mémoriser :

- des faits numériques : décompositions/recompositions additives dès début de cycle (dont les tables d'addition), multiplicatives dans la suite du cycle (dont les tables de multiplication) ;
- des procédures de calculs élémentaires.

Ils s'appuient sur ces connaissances pour développer des procédures de calcul adaptées aux nombres en jeu pour les additions au **CP**, pour les soustractions et les multiplications au **CE1** ainsi que pour obtenir le quotient et le reste d'une division euclidienne par un nombre à 1 chiffre et par des nombres comme 10, 25, 50, 100 en fin de cycle.

Les opérations posées permettent l'obtention de résultats notamment lorsque le calcul mental ou écrit en ligne atteint ses limites. Leur apprentissage est aussi un moyen de renforcer la compréhension du système décimal de position et de consolider la mémorisation des relations numériques élémentaires. Il a donc lieu lorsque les élèves se sont appropriés des stratégies de calcul basées sur des décompositions/recompositions liées à la numération décimale, souvent utilisées également en calcul mental ou écrit.

Au **CP**, les élèves apprennent à poser les additions en colonnes avec des nombres de deux chiffres. Au **CE1**, ils consolident la maîtrise de l'addition avec des nombres plus grands et avec des nombres de taille différente ; ils apprennent une technique de calcul posé pour la soustraction. Au **CE2**, ils consolident la maîtrise de la soustraction ; ils apprennent une technique de calcul posé pour la multiplication, tout d'abord en multipliant un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre puis avec des nombres plus grands. Le choix de ces techniques est laissé aux équipes d'école, il doit être suivi au cycle 3.